Esempio di distribuzione ipergeometrica multivariata.

Le variabili sono 3: X, Y, *Z*; tuttavia, dato che

$$x+y+z=n \Rightarrow z=n-x-y,$$

allora possiamo prendere come variabili indipendenti solo X e Y:

$$f(x,y,z)=f(x,y)$$

Esempio Da un gruppo di 12 batterie – di cui 3 nuove, 4 usate e 5 difettose – ne vengono scelte tre a caso. Siano X e Y rispettivamente il numero di batterie nuove e usate tra quelle scelte. La funzione di probabilità congiunta $f(x_i, y_j)$ è data dai valori seguenti,

$$f(0,0) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{10}{220} \qquad f(0,1) = \frac{\binom{4}{1}\binom{5}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{40}{220}$$

$$f(0,2) = \frac{\binom{4}{2}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{30}{220} \qquad f(0,3) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{4}{220}$$

$$\boldsymbol{f}(1,0) = \frac{\binom{3}{1}\binom{5}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{30}{220} \qquad \boldsymbol{f}(1,1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{60}{220}$$

$$\boldsymbol{f}(1,2) = \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{18}{220} \qquad \boldsymbol{f}(2,0) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{15}{220}$$

$$\boldsymbol{f}(2,1) = \frac{\binom{3}{2}\binom{4}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{12}{220} \qquad \boldsymbol{f}(3,0) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{220}$$

Tabella Funzione di congiunta $\boldsymbol{f}(x_i, y_j) := P(X = x_i, Y = y_j)$ per le variabili aleatorie dell'Esempio

		y_j				totali righe
		0	**1**	**2**	**3**	$P(X = x_i) = \boldsymbol{f}_{\mathbf{X}}$
	0	$\frac{10}{220}$	$\frac{40}{220}$	$\frac{30}{220}$	$\frac{4}{220}$	$\frac{84}{220}$
x_i	**1**	$\frac{30}{220}$	$\frac{60}{220}$	$\frac{18}{220}$	0	$\frac{108}{220}$
	2	$\frac{15}{220}$	$\frac{12}{220}$	0	0	$\frac{27}{220}$
	3	$\frac{1}{220}$	0	0	0	$\frac{1}{220}$
totali colonne $\boldsymbol{f}_{\mathbf{Y}} = P(Y = y_j)$		$\frac{56}{220}$	$\frac{112}{220}$	$\frac{48}{220}$	$\frac{4}{220}$	